Exercice 1 : Application directe de la transformée bilinéaire

On considère un système en temps continu donné par sa fonction de transfert :

$$H(s) = \frac{1}{s+2}$$

1. Appliquer la transformée bilinéaire pour obtenir la fonction de transfert en temps discret $H(z)$, avec une période d'échantillonnage $T = 0{,}1$s.

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

2. Simplifier la fonction de transfert obtenue pour l'écrire sous forme rationnelle de z^{-1}

Exercice 2 :

On vous donne un filtre analogique défini par :

$$H(s) = \frac{s}{s+5}$$

1. Appliquer la transformée bilinéaire avec $T = 0{,}05$s pour obtenir un filtre numérique correspondant.
2. Donner les Équations aux différences correspondante
3. Donner la pulsation numérique Ω_c correspondant à la pulsation de coupure analogique $\omega_c = 5$
4. Tracer qualitativement le diagramme de Bode du filtre analogique
5. Tracer la réponse fréquentielle du filtre numérique.

Exercice 3 : Généralisation

1. Énoncer et démontrer la propriété de préservation de la stabilité par la transformée bilinéaire (i.e., elle transforme le demi-plan gauche en intérieur du cercle unité).
2. Montrer que la transformée bilinéaire introduit une distorsion fréquentielle, et écrire l'expression de la relation entre fréquences analogique ωet numérique Ω.

Exercice 4

Inversion

On vous donne une fonction de transfert discrète issue d'une transformée bilinéaire :

$$H(z) = \frac{z + 0{,}5}{z - 0{,}2}$$

1. Trouver la fonction de transfert continue $H(s)$correspondante.
2. Quel est l'échantillonnage Tutilisé si l'on sait que le pôle du système en continu est à -4?

Exercice 5 : Conception de filtre numérique

On souhaite concevoir un filtre passe-bas numérique avec une fréquence de coupure $\omega_c = 50$rad/s. On part de la fonction analogique de Butterworth d'ordre 1 :

$$H(s) = \frac{1}{s + \omega_c}$$

1. Déterminer le filtre numérique équivalent en appliquant la transformée bilinéaire pour $T = 0{,}01$s.
2. Discuter des effets de la distorsion fréquentielle introduit