Université Ferhat Abbas. Sétif *Traitement du Signal*
Dpt d'électronique

https://ssemcheddine.alwaysdata.net/

samia.semcheddine@univ-setif.dz

TP 3Séries de fourier

Soit un signal périodique réel $x(t)) = x(t+nT)$ où T est la période. Il existe une décomposition

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{2\pi nt}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\frac{2\pi nt}{T}$$

$$\begin{cases} \frac{a_0}{2} = composante\_continue \\ a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\cos\frac{2\pi nt}{T}\,dt \\ b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\sin\frac{2\pi nt}{T}\,dt \end{cases}$$

a_n et b_n sont les coefficients réels de la décomposition

Décomposition d'un signal carré

1) Générer avec matlab un signal carré d'amplitude 1 et de f=1 pour t=-2:T/300:2;
2) Calculer a_n et b_n
3) Que peut on déduire
4) Calculer la décomposition de x(t) jusqu'à l'ordre 11
5) Sur la même figure, tracer les différentes décompositions de x
6) Interprétation
7) Tracer le spectre jusqu'à n=11

8) Proposer une deuxième méthode pour tracer la décomposition de x en utilisant la boucle for

9) Interprétation

Solution

$$b_n = -\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{0} \sin\frac{2\pi nt}{T}\,dt + \frac{2}{T}\int_{0}^{\frac{T}{2}} \sin\frac{2\pi nt}{T}\,dt$$

$$b_n = -\frac{2}{T}\frac{T}{2\pi n}\left(\cos\frac{2\pi n0}{T} - \cos\frac{2\pi n\left(-\frac{T}{2}\right)}{T}\right) + \frac{2}{T}\frac{T}{2\pi n}\left(\cos\frac{2\pi n\frac{T}{2}}{T} - \cos\frac{2\pi n0}{T}\right)$$

$$b_n = -\frac{1}{\pi n}\left(\cos 0 - \cos n\pi\right) + \frac{1}{\pi n}\left(\cos n\pi - \cos 0\right) \qquad b_n = \frac{2}{\pi n}\left(1 - \cos \pi n\right)$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \quad b_2 = 0 \quad b_3 = \frac{4}{3\pi} \quad b_4 = 0 \quad b_5 = \frac{4}{5\pi} \quad b_6 = 0$$

$$b_7 = \frac{4}{7\pi} \quad b_8 = 0 \quad b_9 = \frac{4}{9\pi} \quad b_{10} = 0 \quad b_{11} = \frac{4}{11\pi}$$

```
clear all;
close all
clc
T0=1
t=-2:T0/300:2;
x=square(2*pi*t/T0);
plot(t,x,'b') ;
x1=(4/pi)*sin(2*pi*t/T0);
x2=x1+(4/(3*pi))*sin(2*pi*t*3/T0) ;
x3= x2+(4/(5*pi))*sin(2*pi*t*5/T0) ;
```

```
x4= x3+(4/(7*pi))*sin(2*pi*t*7/T0) ;
x5= x4+(4/(9*pi))*sin(2*pi*t*9/T0) ;
x6= x5+(4/(11*pi))*sin(2*pi*t*11/T0) ;
hold on
plot(t,x1,'r') ;
plot(t,x2,'g') ;
plot(t,x3,'y') ;
plot(t,x4,'r') ;
plot(t,x5,'bla') ;
plot(t,x6,'b') ;
%deuxème méthode
k=30 ; N=length(t) ;

y=zeros(k,N) ;
y(1,1 :N)=x1 ;
for m=2:k
    y(m,1:N)=y(m-1,1:N)+(4/(((2*m)-1)*pi))*sin(2*pi*t*((2*m)-1)/T0);
    end
figure(2)
plot(t,x) ;
hold on;
plot(t,y(k,1:N),'r')
plot(t,y(10,1:N),'g')
```